

CHUYÊN ĐỀ 2 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

§ 2: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC (CUNG) LƯỢNG GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Giá trị lượng giác của góc(cung) lượng giác.

a) **Đường tròn lượng giác:** Đường tròn lượng giác là đường tròn đơn vị, định hướng và trên đó chọn điểm A làm gốc.

b) **Tương ứng giữa số thực và điểm trên đường tròn lượng giác.**

Điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = a$ gọi là điểm xác định bởi số a (hay bởi cung a , hay bởi góc a). Điểm M còn được gọi là điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn cung(góc) lượng giác có số đo a .

Nhận xét: Ứng với mỗi số thực a có một điểm nằm trên đường tròn lượng giác (điểm xác định bởi số đó) tương tự như trên trục số. Tuy nhiên, mỗi điểm trên đường tròn lượng giác ứng với vô số thực. Các số thực có dạng là $a + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) **Giá trị lượng giác sin, cosin, tang và cotang:** Cho hệ trục tọa độ gắn với đường tròn lượng giác. Với mỗi góc lượng giác (Ou, Ov) có

số đo a , xác định điểm $M(x; y)$ trên đường tròn lượng giác sao cho số đo... Khi đó ta định nghĩa $\cos a = x, \sin a = y$

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{y}{x} = \frac{p}{2} + kp \frac{0}{0}$$

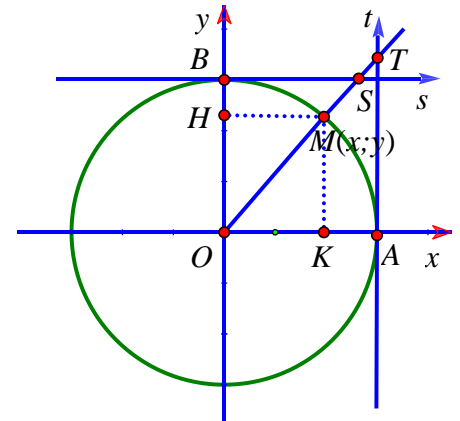
$$\cot a = \frac{\cos a}{\sin a} = \frac{x}{y} = \frac{a - kp}{}$$

Ý nghĩa hình học: Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của M lên trục Ox, Oy . Vẽ trục số At gốc A cùng hướng với trục Oy và vẽ trục số Bs gốc B cùng hướng với trục Ox , gọi T, S lần lượt là giao điểm của đường thẳng OM cắt với các trục số At, Bs . Khi đó ta có:

$$\sin a = \overline{OH}, \cos a = \overline{OK}, \tan a = \overline{AT}, \cot a = \overline{BS}$$

e) Tính chất:

- $\sin a, \cos a$ xác định với mọi giá trị của a và $-1 \leq \sin a \leq 1, -1 \leq \cos a \leq 1$.
- $\tan a$ được xác định khi $a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\cot a$ xác định khi $a \neq k\pi$
- $\sin a = \sin(a + k2\pi), \cos a = \cos(a + k2\pi)$
 $\tan a = \tan(a + k\pi), \cot a = \cot(a + k\pi)$



f) Dấu của các giá trị lượng giác:

Dấu của các giá trị lượng giác phụ thuộc vào vị trí điểm M nằm trên đường tròn lượng giác.

Bảng xét dấu

Giá trị lượng giác \ Phân tư	I	II	III	IV
$\cos\alpha$	+	-	-	+
$\sin\alpha$	+	+	-	-
$\tan\alpha$	+	-	+	-
$\cot\alpha$	+	-	+	-

g) Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt.

Góc a	0	$\frac{p}{6}$	$\frac{p}{4}$	$\frac{p}{3}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{2p}{3}$	$\frac{3p}{4}$	p	$\frac{3p}{2}$	$2p$
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	180^0	270^0	360^0
$\sin a$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	-1	0
$\cos a$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	0	1
$\tan a$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	0		0
$\cot a$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1		0	

2. Các hệ thức lượng giác cơ bản

1) $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

2) $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} (a \neq \frac{p}{2} + kp)$

3) $1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a} (a \neq kp)$

4) $\tan a \cdot \cot a = 1 (a \neq \frac{kp}{2})$

3. Giá trị lượng giác của góc(cung) có liên quan đặc biệt.

Góc đối nhau (a và $-a$)	Góc bù nhau (a và $p - a$)	Góc phụ nhau (a và $\frac{p}{2} - a$)
$\cos(-a) = \cos a$	$\sin(p - a) = \sin a$	$\sin \frac{p}{2} - a = \cos a$

$\sin(-a) = -\sin a$	$\cos(p-a) = -\cos a$	$\cos\left(\frac{p}{2} - a\right) = \sin a$
$\tan(-a) = -\tan a$	$\tan(p-a) = -\tan a$	$\tan\left(\frac{p}{2} - a\right) = \cot a$
$\cot(-a) = -\cot a$	$\cot(p-a) = -\cot a$	$\cot\left(\frac{p}{2} - a\right) = \tan a$

Góc hơn kém p (a và $p+a$)	Góc hơn kém $\frac{p}{2}$ (a và $\frac{p}{2}+a$)
$\sin(p+a) = -\sin a$	$\sin\left(\frac{p}{2} + a\right) = \cos a$
$\cos(p+a) = -\cos a$	$\cos\left(\frac{p}{2} + a\right) = -\sin a$
$\tan(p+a) = \tan a$	$\tan\left(\frac{p}{2} + a\right) = -\cot a$
$\cot(p+a) = \cot a$	$\cot\left(\frac{p}{2} + a\right) = -\tan a$

Chú ý: Để nhớ nhanh các công thức trên ta nhớ câu: "cos đối sin bù phụ chéo hơn kém p tang côtang, hơn kém $\frac{p}{2}$ chéo sin". Với nguyên tắc nhắc đến giá trị nào thì nó bằng còn không nhắc thì đối.

Câu 1. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Biến đổi $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot\left(-\frac{\pi}{6} + 15\pi\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Câu 2. Giá trị của $\tan 180^\circ$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. Không xác định.

Lời giải

Chọn B

Biến đổi $\tan 180^\circ = \tan(0^\circ + 180^\circ) = \tan 0^\circ = 0$.

- Câu 3.** Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là
A. $\sin a > 0, \cos a > 0$. **B.** $\sin a < 0, \cos a < 0$. **C.** $\sin a > 0, \cos a < 0$. **D.** $\sin a < 0, \cos a > 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \sin a > 0, \cos a < 0$.

- Câu 4.** Cho $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là

- A.** $\tan a > 0, \cot a > 0$. **B.** $\tan a < 0, \cot a < 0$.
C. $\tan a > 0, \cot a < 0$. **D.** $\tan a < 0, \cot a > 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $2\pi < a < \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \tan a > 0, \cot a > 0$.

- Câu 5.** Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$, ta có

- A.** $A = \sin^2 x$. **B.** $A = \cos^2 x$. **C.** $A = -\sin^2 x$. **D.** $A = -\cos^2 x$.

Lời giải

Chọn A

$A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x) = \cot^2 x - \cos^2 x + 1 - \cot^2 x = \sin^2 x$.

- Câu 6.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng ?

- A.** $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$. **B.** $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.
C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$. **D.** $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Lời giải

Chọn C.

Theo công thức.

- Câu 7.** Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

- A.** $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$. **B.** $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.
C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$. **D.** $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Lời giải

Chọn D.

- Câu 8.** Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng

- A.** $-3 - \sqrt{3}$. **B.** $2 - 3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$. **D.** $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = \frac{\cos 30^\circ + \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ - \cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = -3 - \sqrt{3}.$$

- Câu 9.** Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, ta có :
- A. $A = 2 \sin \alpha$. B. $A = 2 \cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha \Leftrightarrow A = 2 \sin \alpha.$$

- Câu 10.** Giá trị của $\cot 1458^\circ$ là

- A. 1. B. -1. C. 0. D. $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cot 1458^\circ = \cot(4.360^\circ + 18^\circ) = \cot 18^\circ = \sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

- Câu 11.** Trong các giá trị sau, $\sin \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

- A. -0,7. B. $\frac{4}{3}$. C. $-\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. Nên ta chọn A.

- Câu 12.** Trong các công thức sau, công thức nào sai?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B.
- $$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right).$$
- C. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$. D. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{D sai vì : } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right).$$

- Câu 13.** Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

- A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.

Câu 14. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là :

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $\frac{16}{25}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 15. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$ là :

- A. $\frac{2}{57}$. B. $-\frac{2}{57}$. C. $\frac{4}{57}$. D. $-\frac{4}{57}$.

Lời giải

Chọn B.

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$. Vậy $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ và $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

$$E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{-\frac{4}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)}{-\frac{3}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{2}{57}$$

Câu 16. Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là :

- A. 5. B. $\frac{5}{3}$. C. 7. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7$$

Câu 17. Các cặp đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

- A. $\sin \alpha = 1$ và $\cos \alpha = 1$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 C. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. D. $\sin \alpha = \sqrt{3}$ và $\cos \alpha = 0$.

Lời giải

Chọn B

B đúng vì: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$.

Câu 18. Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. B. $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. D. $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$. Suy ra, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 19. Tính α biết $\cos \alpha = 1$

- A. $\alpha = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $\alpha = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $\alpha = -\pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 20. Giá trị của $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} \Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = 2.$$

Câu 21. Cho tam giác ABC. Hãy tìm mệnh đề sai

A. $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$.

B. $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$.

C. $\sin(A+B) = \sin C$.

D. $\cos(A+B) = \cos C$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 22. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta có

A. $A = \cos a + \sin a$. B. $A = 2\sin a$. C. $A = \sin a - \cos a$. D. $A = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha - \sin \alpha = 0.$$

Câu 23. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta có A bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{-\sin 234^\circ + \sin 126^\circ}{\cos 54^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ \Leftrightarrow A = \frac{-2\cos 180^\circ \cdot \sin 54^\circ}{-2\sin 90^\circ \sin(-36^\circ)} \cdot \tan 36^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-1 \cdot \sin 54^\circ}{1 \sin(-36^\circ)} \cdot \frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ} \Leftrightarrow A = 1.$$

Câu 24. Biểu thức $B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$ có kết quả rút gọn bằng

A. -1.

B. 1.

C. $\frac{-1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ) \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ \Leftrightarrow B = \frac{2 \cot 44^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1$$

$$\Leftrightarrow B = 2 - 1 = 1.$$

Câu 25. Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ lần lượt là

A. $-\frac{5}{13}; \frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{3}; -\frac{5}{12}$.

C. $-\frac{5}{13}; \frac{5}{12}$.

D. $\frac{5}{13}; -\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$. Từ đó ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169}$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12}.$$

Câu 26. Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$. Từ đó

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Như vậy, } \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 27. Biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x + 2 + \cot^2 x (\cos^2 x - 1)$$

$$= \cos^2 x + 2 - \cot^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x + 2 - \cos^2 x = 2.$$

Câu 28. Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 10.$$

Câu 29. Biểu thức $A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$ rút gọn bằng:

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$$

$$\Leftrightarrow A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\tan 32^\circ}$$

$$A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \sin 32^\circ}{\tan 32^\circ} = -\sin^2 32^\circ - \cos^2 32^\circ = -1.$$

Câu 30. Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

có kết quả thu gọn bằng :

A. $-\sin \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $-\cos \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Lời giải

Chọn B

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos(1,5\pi) - \cos\left(\alpha + 2003\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$A = \cos \alpha - 2\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cot \alpha$$

$$A = \cos \alpha + 2\sin \alpha - 0 - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 31. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó :

A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Chọn C

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{41}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{25}{41}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{41} = \frac{16}{41} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} \\ \sin \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}} \end{cases}$$

Câu 32. Cho $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Giá trị của $\tan 15^\circ$ bằng :

- A. $\sqrt{3}-2$ B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ C. $2-\sqrt{3}$ D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn C

$$\tan^2 15^\circ = \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{4}{2+\sqrt{3}} - 1 = (2-\sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan 15^\circ = 2-\sqrt{3}.$$

Câu 33. Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

- A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$. B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$. C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$. D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Lời giải

Chọn C .

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 34. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

- A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x}$$

$$= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x$$

Như vậy, $A = \cos x - \sin x$.

Câu 35. Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào **sai** ?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$. B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$. D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2 \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{6}{4} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = 14$$

Như vậy, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ là kết quả sai.

Câu 36. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

A. $A = -1$.

B. $A = 1$.

C. $A = 4$.

D. $A = -4$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 37. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 \\ &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 38. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \frac{\cos^2 x \cdot \cos^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y}$$

$$= \frac{\cos^2 x(1-\cos^2 y)-\sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y(\cos^2 x - 1)}{(1-\cos^2 x)\sin^2 y} = -1.$$

Câu 39. Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x) \\ &= 2\left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x\right] \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[1 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 4\sin^4 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Câu 40. Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y.$

B.

$$\left(\sqrt{\frac{1+\sin a}{1-\sin a}} - \sqrt{\frac{1-\sin a}{1+\sin a}}\right)^2 = 4 \tan^2 a.$$

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}.$

D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}.$

Lời giải

Chọn D

A đúng vì $VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$

B đúng vì

$$VT = \frac{1+\sin a}{1-\sin a} + \frac{1-\sin a}{1+\sin a} - 2 = \frac{(1+\sin a)^2 + (1-\sin a)^2}{1-\sin^2 a} - 2 = \frac{2+2\sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

C đúng vì $VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP.$

Câu 41. Nếu biết $3\sin^4 x + 2\cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2\sin^4 x + 3\cos^4 x$ bằng

- A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$. B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$. C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$. D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81}\right)^2 = \frac{2}{5}\left(A + \frac{98}{81}\right) = \frac{2}{5}\left(A - \frac{98}{81}\right) + \frac{392}{405}$$

$$\text{Đặt } A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$+) t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$$

$$+) t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}.$$

Câu 42. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3\sin x + 2\cos x$ bằng

A. $\frac{5-\sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5+\sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{5-\sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5+\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3+\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2\sin x \cos x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{3}{8}$$

$$\text{Khi đó } \sin x, \cos x \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1$$

$$+) \text{ Với } \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5+\sqrt{7}}{4}$$

+) Với $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5-\sqrt{7}}{4}$.

Câu 43. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a\cos^2 x + 2b\sin x \cdot \cos x + c\sin^2 x$ bằng

- A. $-a$. B. a . C. $-b$. D. b .

Lời giải

Chọn B

$$A = a\cos^2 x + 2b\sin x \cdot \cos x + c\sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b\tan x + c\tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = a + 2b\tan x + c\tan^2 x \Leftrightarrow A\left(1 + \left(\frac{2b}{a-c}\right)^2\right) = a + 2b\frac{2b}{a-c} + c\left(\frac{2b}{a-c}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow A\frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2}$$

$$\Leftrightarrow A\frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} = \frac{a(a-c)^2 + 4b^2a}{(a-c)^2} = \frac{a \cdot ((a-c)^2 + 4b^2)}{(a-c)^2} \Leftrightarrow A = a.$$

Câu 44. Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng

- A. $\frac{1}{(a+b)^2}$. B. $\frac{1}{a^2+b^2}$. C. $\frac{1}{(a+b)^3}$. D. $\frac{1}{a^3+b^3}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $\cos^2 \alpha = t \Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b}$

$$\Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 t^2 - 2b(a+b)t + b^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b}$$

Suy ra $\cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}; \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$

Vậy: $\frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}$.

Câu 45. Với mọi α , biểu thức : $A = \cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\alpha + \frac{9\pi}{5}\right)$ nhận giá trị bằng :

- A. -10 . B. 10 . C. 0 . D. 5 .

Lời giải

Chọn C

$$A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$$

$$A = \left[\cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right) \right] + \dots + \left[\cos \left(\alpha + \frac{4\pi}{5} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{5\pi}{5} \right) \right]$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{9\pi}{10} + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{7\pi}{10} + \dots + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{\pi}{10}$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(\cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right)$$

$$A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cdot 0 = 0.$$

Câu 46. Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} A &= \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{3\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{7\pi}{4}}{2} \\ &= 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right) \\ &= 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 2. \end{aligned}$$

Câu 47. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng :

- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ} \\ \Leftrightarrow A &= \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7 \cdot 360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2 \cdot 360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \\ \Leftrightarrow A &= \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos(90^\circ - 8^\circ) - \sin 8^\circ} \\ \Leftrightarrow A &= \frac{1}{\tan 8^\circ} - \frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \sin 8^\circ - \sin 8^\circ} \Leftrightarrow A = \cot 8^\circ - \frac{1 \cdot \cos 8^\circ}{\sin 8^\circ} = \cot 8^\circ - \cot 8^\circ = 0. \end{aligned}$$

Câu 48. Cho tam giác ABC và các mệnh đề :

(I) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ (II) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$

(III) $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$

Mệnh đề đúng là :

- A. Chỉ (I). B. (II) và (III). C. (I) và (II). D. Chỉ (III).

Lời giải

Chọn C

+) Ta có: $A+B+C = \pi \Leftrightarrow B+C = \pi - A \Leftrightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$

(I) $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \sin \frac{A}{2}$ nên (I) đúng

+) Tương tự ta có: $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$$\tan \frac{A+B}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$$

nên (II) đúng.

+) Ta có

$$A+B-C = \pi - 2C \rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos(2C)$$

$$\Leftrightarrow \cos(A+B-C) + \cos(2C) = 0$$

nên (III) sai.

Câu 49. Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng :

A. $2\sqrt{19}$.

B. $-2\sqrt{19}$.

C. $-\sqrt{19}$.

D. $\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$$

Vì

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19}.$$

Câu 50. Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng :

A. $\tan^6 a$.

B. $\cos^6 a$.

C. $\tan^4 a$.

D. $\sin^6 a$.

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 a \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a.$$